



**CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D & TI**

EPREUVE DE MATHÉMATIQUE

Durée : 2 Heures

Exercice 1: 4,5 points

- 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$ et donner la forme exponentielle de chaque solution. **1,5pt**
- 2) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation plane d'écriture complexe $z' = (1 - i)z + 2 - 3i$. **1,5pt**
- 3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct, déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2 + 3i| = |\sqrt{3} - i|$. **1,5pt**

Exercice 2 : 4,5 points

On tire simultanément 4 boules d'un sac qui en contient une blanche et 5 noires toutes indiscernables au toucher, puis on lance un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Si la boule blanche est tirée, il faut obtenir un numéro pair pour gagner. Si la boule blanche n'est pas tirée, il faut obtenir 6 pour gagner. On désigne par V l'événement « tirer la boule blanche » et G l'événement « le joueur gagne ».

- 1) Construire un arbre pondéré qui illustre ce jeu. **1pt**
- 2) Déterminer les probabilités de V et G. **1pt**
- 3) Le joueur gagne. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule blanche? **0,5pt**
- 4) Pour participer à ce jeu, on mise 100 F. Si on gagne, on reçoit 2000 F. Si on ne gagne pas, mais on a tiré la boule blanche, le joueur récupère sa mise. Si on ne gagne pas et on n'a pas tiré la boule blanche, le joueur perd sa mise. Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
 - a) Donner la loi de probabilité de X. **1pt**
 - b) Calculer l'espérance mathématique. **1pt**

Problème: 11 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 2 + \ln(x^2 + 1)$.

- 1) Calculer la limite de f en $+\infty$. **1pt**
- 2) Montrer que pour tout réel x strictement négatif,
$$f(x) = x \left[2 - \frac{2}{x} + \frac{2 \ln(-x)}{x} + \frac{1}{x} \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right].$$
 1pt
- 3) puis en déduire la limite de f en $-\infty$. **0,5pt**
- 4) Calculer la dérivée de f et donner le sens de variation de f . **2pts**
- 5) Dresser son tableau des variations. **0,5pt**
- 6) Etudier les branches infinies de la courbe de f . **1,5pt**
- 7) Construire soigneusement la courbe de f . **1,5pt**
- 8) Montrer que la fonction f réalise une bijection de \mathbb{R} vers un intervalle que l'on déterminera. **1pt**
- 9) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une seule solution α telle que $0 < \alpha < 1$. **1pt**
- 10) En déduire le signe de $f(x)$ en fonction de x . **1pt**