



Epreuve concours

Durée : 1h30min

Niveau : Master 1

Année académique 2022-2023

1- On considère le système d'équations, d'inconnue $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ et de paramètres des réels non nuls et distincts

$$a, b \text{ et } c : (S) : \begin{cases} ax + ay + bz = 0 \\ bx + by + cz = 0 \\ cx + cy + az = 0 \end{cases}$$

Lesquelles des assertions suivantes sont vraies ?

- a) (S) est un système de Cramer ; b) (S) a une infinité de solutions
c) (S) est un système incompatible ; d) l'ensemble des solutions de (S) est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

2- Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ l'application définie par $f(x, y, z) = \max(|x|, |y|, |z|)$. Quelles sont les assertions vraies ?

- a) $f(-10, 5, -5) = 5$; b) f est une norme sur \mathbb{R}^3 ; c) \mathbb{R}^3 est un espace vectoriel réel de dimension 3.

3- La matrice A définie par $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ est :

- a. diagonale ; b. triangulaire ; c. inversible ; d. la somme de trois matrices D , I et S où D est une matrice diagonale, I une matrice triangulaire inférieure et S une matrice triangulaire supérieure.

4- On considère la matrice A suivante $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & c \\ -b & -c & 1 \end{pmatrix}$ où a, b et c sont des nombres réels.

i) Calculer le déterminant de la matrice A .

ii) La matrice A est :

- a) régulière b) singulière.

iii) Le rang de la matrice A est :

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

5- Soient A et B deux matrices carrées d'ordre $n > 1$ telles que $A = PBP^{-1}$. Si A est inversible, alors pour tout entier naturel k l'écriture de B^{-k} en fonction de A est donnée par :

- a) $P^{-1}A^{-k}P$; b) $P^{-k}A^{-k}P^{-k}$; c) PA^kP^{-1} ; d) Impossible d'écrire B^{-k} en fonction de B .

6- Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$. L'inverse de P est donnée par :

- a) $\begin{pmatrix} -5 & 7 & 6 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$; b) P n'est pas inversible ; c) $\begin{pmatrix} -5 & -1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 6 & 0 & -4 \end{pmatrix}$; d) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ -7 & -1 & 5 \\ -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

7- On souhaite installer 4 personnes autour d'une table à 6 chaises numérotées de 1 à 6. Déterminer le nombre de dispositions possibles.

8-Dans une classe, 70% des élèves jouent au football et 40% jouent au volley-ball ; 15% des élèves pratiquent ces deux sports. Quel est le pourcentage d'élèves qui ne jouent ni au football, ni au volley-ball ?

9- La négation de la proposition "Pour toute porte, il existe une clé qui ouvre cette porte" est :

- a. Il existe une clé qui ouvre toutes les portes b. Il existe une porte qui n'a pas de clé c. Pour toute clé, il existe une porte ouverte par celle-ci d. aucune négation.

10. On suppose que cinq bons fusibles et deux fusibles défectueux ont été mélangés ; pour trouver les fusibles défectueux, on les teste un par un, au hasard et sans remise. Quelle est la probabilité que nous ayons de la chance de retrouver tous les fusibles défectueux dans les deux premiers tests.