



Epreuve concours

Durée : 1h30min

Niveau : Ingénieur 3

Année académique 2021-2022

1- La suite numérique (I_n) définie par $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{e^x + 1} dx$ est :

- a. croissante ; b. décroissante ; c. converge vers 0 ; d. aucune réponse n'est juste.

2- On considère l'équation $(E) : z^2 - 6z + c = 0$ où c est un réel strictement supérieur à 9. Choisir la bonne réponse parmi les affirmations suivantes :

- a) (E) admet deux solutions réelles ; b) (E) admet une solutions double,
c) (E) admet deux solutions complexes non réelles ; d) (E) n'admet pas de solutions.

3- On considère la matrice A suivante $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & c \\ -b & -c & 1 \end{pmatrix}$ où a, b et c sont des nombres réels.

Choisir la bonne réponse dans chacune des affirmations suivantes :

- i) Le déterminant de la matrice A est :
a) 0 b) $1 + c^2 + 2abc + b^2 - a^2$ c) $1 + a^2 + b^2 + c^2$ d) $1 - c^2 + 2abc - b^2 + a^2$
ii) La matrice A est :
a) régulière b) singulière.
iii) Le rang de la matrice A est :
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3
vi) La matrice A est :
a) symétrique b) antisymétrique.

4- Soient A et B deux matrices carrées d'ordre $n > 1$ telles que $A = PBP^{-1}$. Si A est inversible, alors pour tout entier naturel k l'écriture de A^{-k} en fonction de B est donnée par :

- a) $PB^{-k}P^{-1}$; b) $P^{-k}B^{-k}P^{-k}$; c) PB^kP^{-1} ; d) Impossible d'écrire A^{-k} en fonction de B .

5- Soit la matrice $P = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$. L'inverse de P est donnée par :

- a) $\begin{pmatrix} -5 & 7 & 6 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$; b) P n'est pas inversible ; c) $\begin{pmatrix} -5 & -1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 6 & 0 & -4 \end{pmatrix}$; d) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ -7 & -1 & 5 \\ -6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

6- Le rayon de convergence de la série entière $\sum \frac{i^n z^{2n}}{n!}$ est :

- a) 0 b) 1 c) $+\infty$ d) autre.

7- Soit k un réel strictement positif. On considère les fonctions f_k définies sur \mathbb{R} par : $f_k(x) = x + ke^{-x}$. Pour tout réel k strictement positif, la fonction f_k admet un minimum sur \mathbb{R} . La valeur en laquelle ce minimum est atteint est l'abscisse du point noté A_k de la courbe \mathcal{C}_k .

- a) pour tout réel k strictement positif, les points A_k sont alignés,
b) pour tout réel k strictement positif, les points A_k forment un cercle,
c) pour tout réel k strictement positif, les points A_k sont confondus,
d) Aucune configuration possible.

8- On considère le nombre complexe $A = 1 - \tan^2 \alpha + 2i \tan \alpha$, avec $\alpha \in]-\frac{\pi}{4}; 0[$

- a. $|A| = 1$; b. $|A| = 1 + \tan^2 \alpha$; c. $|A| = \sqrt{\tan(\alpha)}$; d. autre

9- Un élève essaie d'ouvrir une porte. Il possède un trousseau de 5 clés mais une seule clé est la bonne. On suppose les clés indiscernables et les essais aléatoires. Quelle est la probabilité p d'ouvrir la porte au 4^{ème} coup seulement ?

- a) $p = \frac{1}{5^4}$; b) $p = \frac{13}{5^4}$; c) $p = \frac{4^3}{5^4}$; d) $p = \frac{1}{5}$.

10- On considère l'équation différentielle $(E) : y' + y = e^{-x}$. Les solutions de (E) sont de la forme :

- a) $y = ke^{-x}$; b) $y = (2x + k)e^{-x}$; c) $y = 2xe^{-x} + k$; d) $y = (x + k)e^{-x}$.

11- Dans une classe, 70% des élèves jouent au football et 40% jouent au volley-ball; 15% des élèves pratiquent ces deux sports. Quel est le pourcentage d'élèves qui ne jouent ni au football, ni au volley-ball ?

- a. 0%; b. On ne peut pas savoir car il manque des données; c. 10%; d. 5%

12- La négation de la proposition "Pour toute porte, il existe une clé qui ouvre cette porte" est :

- a. Il existe une clé qui ouvre toutes les portes.
b. Il existe une porte qui n'a pas de clé.
c. Pour toute clé, il existe une porte ouverte par celle-ci.
d. aucune négation.