PrépaVogt - Institut Saint Jean
Site web : www.prepavogt.org; Email : isjcameroun@gmail.com
Tel : 651 45 96 16 / 655 62 16 60

Yaoundé, le 5 septembre 2017

CYCLE INGENIEUR LOCAL

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE D, E, F, CI, GCEA/L, TI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

EXERCICE 1 : 4 points

1. Résoudre dans IR^2 les systèmes suivants **(2pts)**

$(S_1)\begin{cases} x^2+y^2=\frac{25}{36} \\ lnx+lny=-ln3 \end{cases}$ (S2) $\begin{cases} e^x.e^y=10 \\ e^{x-y}=\frac{2}{5} \end{cases}$

2. A l'aide d'une intégration par parties, calculer les intégrales suivantes : **(2pts)**

$D=\int_{-1}^{1}(1+x)e^{-x}\,dx$ et $E=\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{3x}sin3xdx$

EXERCICE 2 : 6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère l'application f du plan, qui à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{3i-1}{2}$.

1) Montrer que f est une similitude directe dont on précisera le centre Ω , le rapport et l'angle. **1pt**
2) Soit M_0, le point d'affixe $z_0=1+4\sqrt{3}+3i$. Pour tout entier n, on désigne par M_{n+1} l'image du point M_n par f.

a) En utilisant la première question, calculer ΩM_n en fonction de n. **0,75pt**
b) Déterminer les coordonnées des points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4. **1pt**
c) A partir de quel rang n_0 a-t-on : pour tout n $\geq n_0$, M_n appartient au disque de centre Ω et de rayon r = 0,05 ? **0,75pt**

3-a) Calculer M_0M_1. **0,5pt** b) Pour tout entier naturel n, On note $d_n = M_nM_{n+1}$. Montrer que (d_n) est une suite géométrique dont on

précisera le premier terme et la raison. **1pt** c) On pose $I_n = d_0 + d_1 + d_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + d_n$. Calculer I_n en fonction de n et en déduire la limite de I_n en $+\infty$.
1pt

<u>PROBLEME</u> : 13 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique 1cm. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x\ln x - x + 1$ et la fonction g définie sur $]1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{x-1}$.

1—a) Etudier les variations de f, dresser le tableau des variations de f, puis donner le signe de $f(x)$ en fonction de x.
2pts

b) En déduire la primitive de la fonction $\ln$ qui prend la valeur 2 en 1. **0,5pt**

c) Montrer que la courbe de f et celle de la fonction $\ln$ se coupent en deux points dont on déterminera les coordonnées. **1pt**

2) Calculer les limites de g en 1 et en $+\infty$. **1pt**

3) Montrer que g est dérivable sur $]1; +\infty[$ et que $g'(x) = \frac{-f(x)}{x(1-x)^2}$ pour tout x de $]1; +\infty[$ et dresser le tableau des variation des g. **1,5pt**

4) Tracer la courbe de g. **1pt**

5) Montrer que l'équation $g(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution λ telle que $3{,}5 < \lambda < 3{,}6$.
1pt

6) On considère la fonction t définie par : $t(x) = \ln x + \frac{x+1}{2}$.

a) Montrer que $g(x) = \frac{1}{2}$ équivaut à $t(x) = x$. **0,5pt**

b) Etudier les variations de t, puis montrer que pour tout x de $[3\,;4]$, $|t'(x)| \leq \frac{5}{6}$.
1,5pt

Fin de l'épreuve